

老師預先準備圓形紅色磁鐵與圓形藍色磁鐵各 5 個，請老師走下講台背向黑板面對學生，說明遊戲規則如下：

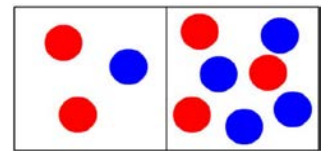
- 1、邀請一位學生上台並將 10 個圓形磁鐵貼在黑板上，並請學生將磁鐵混合分成兩組。
- 2、請上台學生說出一組的磁鐵個數。
- 3、老師可以說出兩組紅色磁鐵與藍色磁鐵的相差個數。

實例：

請學生將 10 個磁鐵分成兩組，如右圖，並說出有一組有 7 個磁鐵。

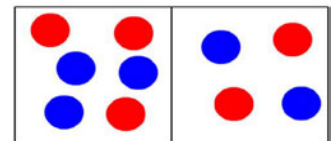
老師可以據以說出這組的紅色磁鐵比另一組的藍色磁鐵多 2 個。

這組的藍色磁鐵比另一組的紅色磁鐵多 2 個。



請老師再邀請一位學生上台重新，如右圖，並說出有一組有 4 個磁鐵。則老師可以據以說出這組的紅色磁鐵比另一組的藍色磁鐵少 1 個。這組的藍色磁鐵

比另一組的紅色磁鐵少 1 個。



當學生的好奇心被佈題激發出來後，請學生透過他們的觀察力尋找出問題結果的規律性。

老師除了鼓勵學生踴躍發表發現的規律性之外，可期望學生能說明解釋原因。

	A組	B組	各色磁鐵數
紅色磁鐵	2	3	5
藍色磁鐵	1	4	5
各組磁鐵數	3	7	

	A組	B組	各色磁鐵數
紅色磁鐵	3	2	5
藍色磁鐵	3	2	5
各組磁鐵數	6	4	

將上述兩個實例的結果圖表化，如上圖，學生可以更輕易經過觀察發現 A 和 B 兩組之間不同顏色磁鐵的數量相差值都相等，即(A 組紅色磁鐵數和 B 組藍色磁鐵數相差值)等於(A 組藍色磁鐵數和 B 組紅色磁鐵數相差值)，而且這個差值等於 A 和 B 兩組磁鐵數量差的一半。學生能從實例觀察尋找規律性之後，老師進一步引導學生將問題數學化，請學生找出問題中的條件並對於條件因素設定適當的變數，掌握變數之間的關係，並一般化問題的結果？

- 1、分析問題裡的變數，並了解不同變數之間的關係。
- 2、選擇適當的數學演算法說明問題結果。

	A 組	B 組	各色磁鐵數
紅色磁鐵	y	x-y	x
藍色磁鐵	a-y	x-a+y	x
各組磁鐵數	a	2x-a	

如上圖例，老師可引導學生延展問題，運用變數表示問題裡的條件因素。假設圓形紅色磁鐵與圓形藍色磁鐵數量相同且各有 x 個，A 組共有 a 個磁鐵，則 B 組共有 $(2x-a)$ 個磁鐵。假設 A 組內含紅色磁鐵有 y 個，則藍色磁鐵共有 $(a-y)$ 個。因此，B 組內含紅色磁鐵有 $(x-y)$ 個和藍色磁鐵 $(x-a+y)$ 個。

A 組紅色磁鐵數和 B 組藍色磁鐵數相差值 $= |x-a|$ ，同時 A 組藍色磁鐵數和 B 組紅色磁鐵數相差值 $= |x-a|$ ，顯然上述兩個差值都相等。這個差值等於 A 和 B 兩組磁鐵數量差的一半。

所以只要問題裡的條件是紅藍兩色磁鐵數量相同，則兩組數量差值的一半就是兩組之間不同顏色磁鐵數量的差值。

問題 1：今有 20 個紅色磁鐵和 20 個藍色磁鐵，混合磁鐵並分成兩組，其中一組的磁鐵數量是 12 個，則其中一組的紅色磁鐵數量和另一組的藍色磁鐵數量相差多少個？

解答： $(20+20)-12=28$ ， $(28-12)\div 2=8$ (個)

老師可以再引領學生做深廣的探索，如果將上述討論問題的條件「預先準備的圓形紅色磁鐵與圓形藍色磁鐵總數相同」更改成「總數不相同」，則其中一組的紅色磁鐵數量和另一組的藍色磁鐵數量相差多少個？

以圖表說明如下：

	A 組	B 組	各色磁鐵數
紅色磁鐵	y	m-y	m
藍色磁鐵	a-y	n-a+y	n
各組磁鐵數	a	(m+n)-a	

假設圓形紅色磁鐵總數是 m 個，圓形藍色磁鐵總數是 n 個，其中 $m \neq n$ 。

如果 A 組共有 a 個磁鐵，則 B 組共有 $(m+n-a)$ 個磁鐵。

假設 A 組內含紅色磁鐵有 y 個，則藍色磁鐵共有 $(a-y)$ 個。因此，B 組內含紅色磁鐵有 $(m-y)$ 個和藍色磁鐵 $(n-a+y)$ 個，如上圖表。

A 組紅色磁鐵數和 B 組藍色磁鐵數相差值 $= |n-a|$ ，同時 A 組藍色磁鐵數和 B 組紅色磁鐵數相差值 $= |m-a|$ 。此外， $|m-[(m+n)-a]| = |n-a|$ ，且 $|n-[(m+n)-a]| = |m-a|$ 。

因此，如果圓形紅色磁鐵總數不等於圓形藍色磁鐵總數且分成 A 和 B 兩組，則 A 組紅色磁鐵數和 B 組藍色磁鐵數相差值是(藍色磁鐵總數)和(A 組磁鐵總數)的相差值。而 A 組藍色磁鐵數和 B 組紅色磁鐵數相差值是(紅色磁鐵總數)和(A 組磁鐵總數)的相差值。

或者說，如果圓形紅色磁鐵總數不等於圓形藍色磁鐵總數且分成 A 和 B 兩組，則 A 組紅色磁鐵數和 B 組藍色磁鐵數相差值是(紅色磁鐵總數)和(B 組磁鐵總數)的相差值。而 A 組藍色磁鐵數和 B 組紅色磁鐵數相差值是(藍色磁鐵總數)和(B 組磁鐵總數)的相差值。

實例圖表：

	A 組	B 組	各色磁鐵數
紅色磁鐵	11	8	19
藍色磁鐵	1	10	11
各組磁鐵數	12	18	

問題：有 19 個紅色磁鐵和 11 個藍色磁鐵，混合磁鐵並分成 A 和 B 兩組，其中 A 組的磁鐵數量是 12 個，則 A 組的紅色磁鐵數量和 B 組的藍色磁鐵數量相差多少個？

解答：因為藍色磁鐵總數是 11，A 組的磁鐵數量是 12 個，所以 A 組的紅色磁鐵數量和 B 組的藍色磁鐵數量相差值是 $|11-12|=1$ 。

另解：因為紅色磁鐵總數是 19，B 組的磁鐵數量是 $(19+11)-12=18$ 個，所以 A 組的紅色磁鐵數量和 B 組的藍色磁鐵數量相差值是 $|19-18|=1$ 。

問題：有 11 個紅色磁鐵和 12 個藍色磁鐵，混合磁鐵並分成 A 和 B 兩組，其中 A 組的磁鐵數量是 15 個，則 A 組的紅色磁鐵數量和 B 組的藍色磁鐵數量相差多少個？

解答：因為藍色磁鐵總數是 12，A 組的磁鐵數量是 15 個，所以 A 組的紅色磁鐵數量和 B 組的藍色磁鐵數量相差值是 $|12-15|=3$ 。

---本文完---

相關連結:昌爸工作坊---比較有色紙卡 <http://www.mathland.idv.tw/fun/expressgame.html>