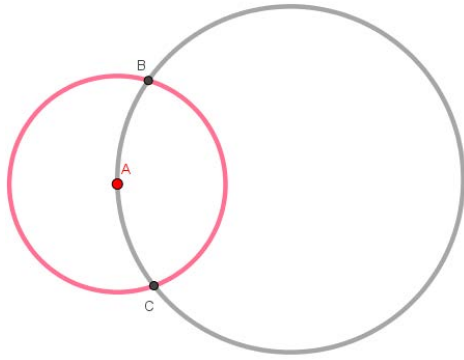
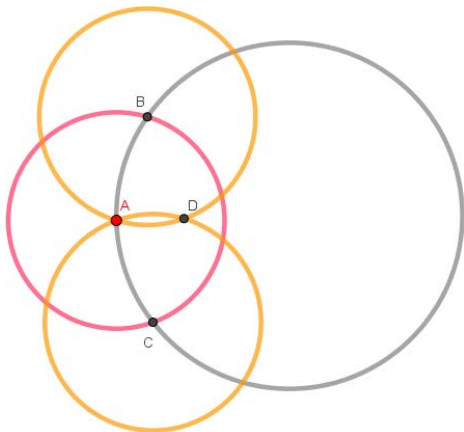


如果只有使用圓規，如何作已知圓的圓心

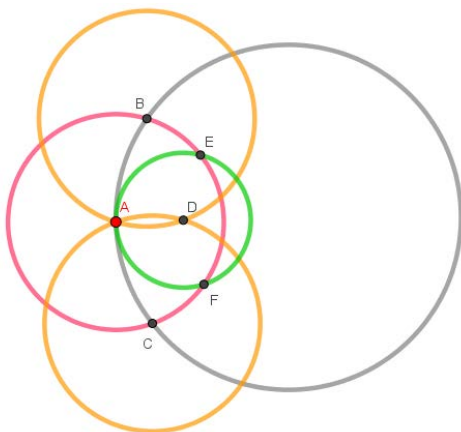
在已知圓上任取 A 點，以適當長為半徑畫圓，圓 A 與已知圓相交於 B 點和 C 點。



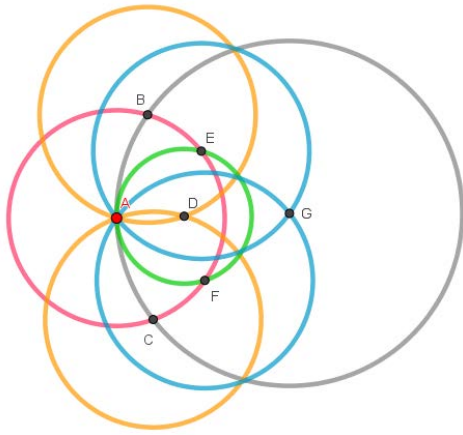
分別以 B 點和 C 點為圓心，同以 \overline{BA} 長為半徑畫圓，圓 B 和圓 C 點相交於 D 點。



以 D 點為圓心，以 \overline{DA} 長為半徑畫圓，圓 D 與圓 A 相交 E 點和 F 點。



分別以 E 點和 F 點為圓心，同以 \overline{EA} 長為半徑畫圓，圓 E 和圓 F 相交於 G 點。
G 點即是已知圓的圓心。



說明：

因為四邊形 EAFG 是菱形，所以 \overline{AG} 垂直平分 \overline{EF} 。

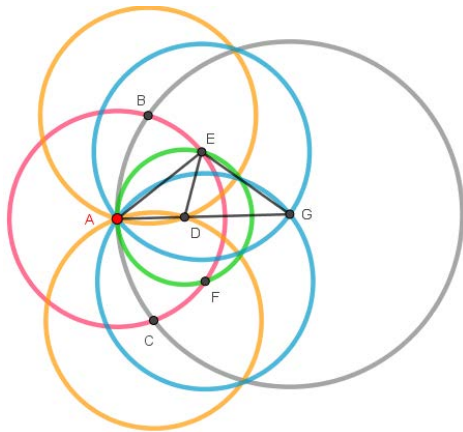
因為 $\overline{DE} = \overline{DF}$ (圓 D 的半徑)，所以 D 點在 \overline{EF} 的垂直平分線 \overline{AG} 上。得知 A、D、G 三點都在同一直線上。

在 $\triangle ADE$ ，因為 $DA = DE$ ，所以 $\angle DAE = \angle DEA$ 。... (1)

在 $\triangle AEG$ ，因為 $EA = EG$ ，所以 $\angle EAG = \angle EGA$ 。... (2)

因為 $\angle DAE = \angle EAG$ ，由 (1)(2) 得知 $\triangle ADE \sim \triangle AEG$ (AA 相似)

因此 $\overline{AE} : \overline{AG} = \overline{AD} : \overline{AE}$ 。



因為 $\overline{AB} = \overline{AE}$ ，所以 $\overline{AB} : \overline{AG} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 。

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle GAB$ 中，因為 $\angle BAD = \angle GAB$ ，且 $\overline{AB} : \overline{AG} = \overline{AD} : \overline{AB}$ ，所以 $\triangle BAD \sim \triangle GAB$ (SAS 相似)。

因為 $\overline{BA} = \overline{BD}$ (圓 B 的半徑)，所以 $\overline{GA} = \overline{GB}$ ，得知 G 點必定在 \overline{AB} 的垂直平分線上。

同理可證 G 點必在 \overline{AC} 的垂直平分線上。

因為 B、A、C 三點在已知圓上，而且 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的垂直平分線相交於 G 點，所以 G 點是已知圓的圓心。

