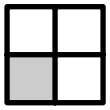
圖解代數運算

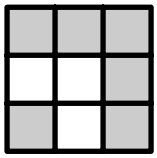
一個具備規律的代數運算式，要如何尋找出它的模型呢？如果藉「圖解法」將形式符號運算轉化成爲圖像，連結圖像思維與邏輯推理，可以同時運用右腦與左腦，它不失是一個兼具趣味和有效的思考方法。

例 1、圖解 $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+\cdots..+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

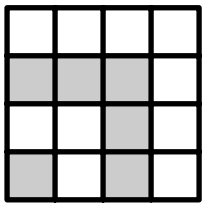
$1 = 1^2$ …(1)



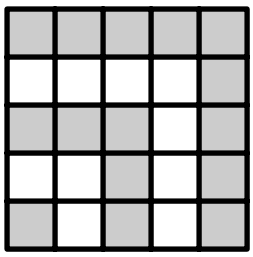
$1+3 = 2^2$ …(2)



$1+3+5 = 3^2$ …(3)



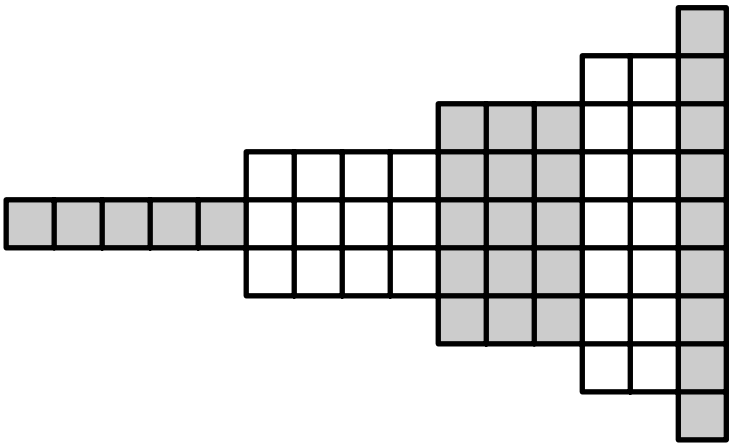
$1+3+5+7 = 4^2$ … (4)



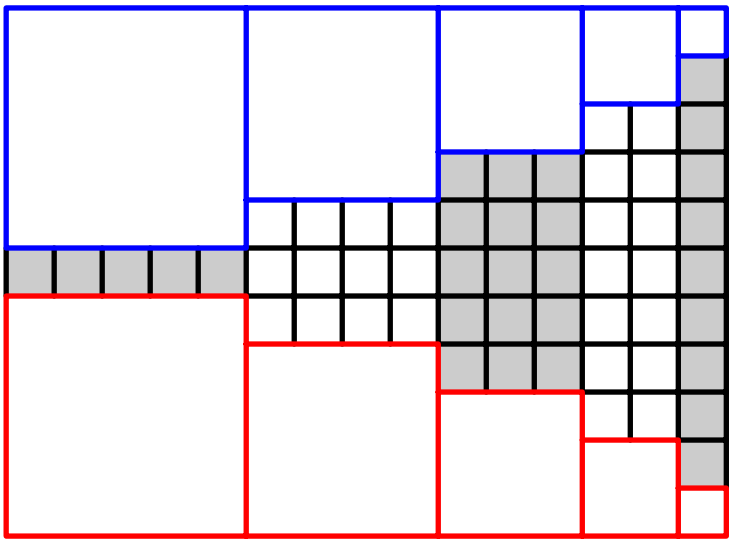
$1+3+5+7+9 = 5^2$ …(5)

(1)+(2)+(3)+(4)+(5) $(5\times1)+(4\times3)+(3\times5)+(2\times7)+(1\times9)=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2$

$$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=$$



$$(5\times1)+(4\times3)+(3\times5)+(2\times7)+(1\times9)=$$



$$\frac{1}{3}[(5+4+3+2+1)(2\times5+1)]$$

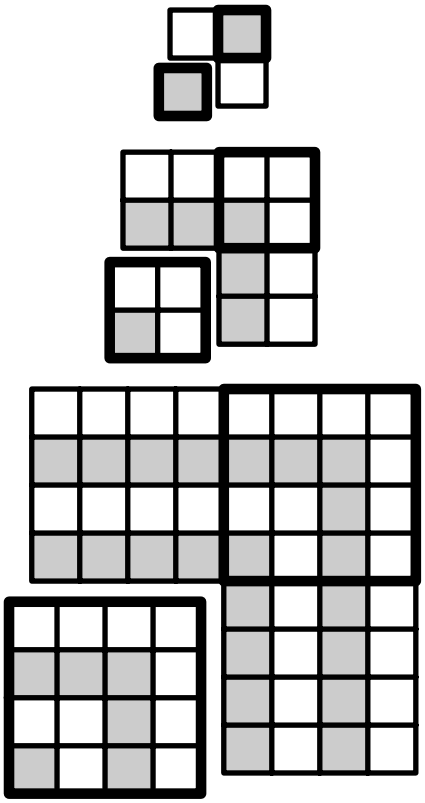
[推廣]

$$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+\ldots..+n^2=$$

$$\frac{1}{3}[(1+2+3+4+5+...+n)(2n+1)]=$$

$$\frac{1}{3}\times\frac{n(n+1)}{2}\times(2n+1)=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

例 2、圖解 $\dfrac{1+3+5+7+...+(2n-1)}{(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+...+[2n+(2n-1)]}=\dfrac{1}{3}$



$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1+3}{5+7}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1+3+5+7}{9+11+13+15}=\frac{1}{3}$$

[推廣]

$$\frac{1+3+5+7+...+(2n-1)}{(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+...+[2n+(2n-1)]}=$$

$$\frac{1+3+5+7+...+(2n-1)}{\{1+3+5+...+[2(2n)-1]\}-[1+3+5+...+(2n-1)]}=$$

$$\frac{n^2}{(2n)^2-n^2}=\frac{1}{3}$$

參考資料：

1. 圖解 1+2+3+4 http://www.mathland.idv.tw/fun/a1234.html
2. 圖解 1+3+5+7+9 http://www.mathland.idv.tw/fun/sum135.html
3. 圖解 1+3+9+27 http://www.mathland.idv.tw/fun/139.html
4. 圖解 1+2+3+4+3+2+1 http://www.mathland.idv.tw/fun/1234321.html
5. 圖解 1+2+4+8+16+32 http://www.mathland.idv.tw/fun/1248.html
6. 圖解 1,2,3 的立方和 http://www.mathland.idv.tw/fun/ncube.html
7. 圖解級數的平方和 http://www.mathland.idv.tw/fun/sqrsum.html
8. 堆積木計算級數的平方和 http://www.mathland.idv.tw/life/blocks.htm