圖像教學方根

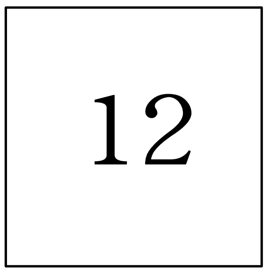
李信昌

（壹）、善用圖解引起化簡方根的學習動機

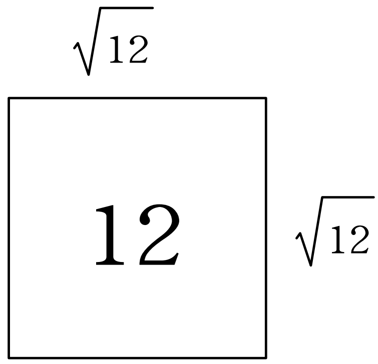
「約定」計算規則，讓學生依規定計算，進而精熟，可以讓一般學生達到化簡方根的學習目標。然而機械式的反覆練習，總是無法滿足學生了解「爲何如此」，卻容易讓學生誤認爲化簡只是制約式的規定，因此很難引起他們的學習興趣。

（一）、

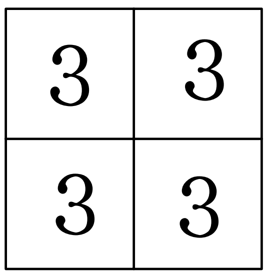
藉助「圖像」的直觀性，可以協助學習者將抽象與具體的間隙拉近，圖像如何扮演引起動機學習化簡方根的角色呢？下列教學流程，「化簡 $\sqrt{12}$ 」可供諸位參考：



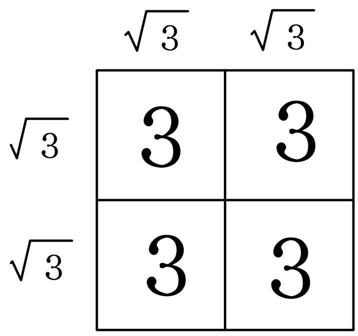
正方形的面積＝12



正方形的一邊長＝$\sqrt{12}$ ……(1)



正方形等分成 2 × 2 個面積是 3 的正方形



一邊長＝$\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 。……(2)

學生憑藉直觀(1)(2)可以輕易認識 $\sqrt{12}$ 是有其他的表示方式，例如 $2\sqrt{3}$ ，

經過以上的圖像學習，學生可以自然而然接受$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。

（二）、

由老師引領學生參考圖解過程，啓發學生推論$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}$ 。

（1）、 12＝4×3 …………將面積 12 的正方形等分成 2 × 2 個面積是 3 的正方形。

（2）、因爲$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 且 $\sqrt{12} = \sqrt{4\times3} = 2\sqrt{3}$ （圖解得知），

所以$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}$ 。

以往，純就代數而論，因爲$\sqrt{4}>0,\sqrt{3}>0$ ，$\sqrt{4}\times\sqrt{3}>0$ ，

利用指數律計算，

$(\sqrt{4}\times\sqrt{3})^2 = (\sqrt{4})^2\times(\sqrt{3})^2 = 4\times3$

所以$\sqrt{4}\times\sqrt{3}$是 4×3 的正平方根，即$\sqrt{4}\times\sqrt{3} = \sqrt{4\times3}$ 。

雖然圖像沒有後者的嚴謹論證，但是藉圖像的輔助，倒也提供了另一種簡單易懂的學習的方式。

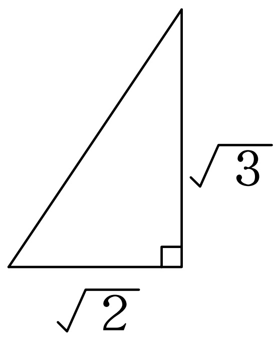
（貳）、圖像教學根式不等關係 $\sqrt{2}+\sqrt{3} > \sqrt{2+3}$

（1）、純就代數而論，如果 $a>0$，$b>0$，且 $a^2>b^2$，則 $a>b$。

因爲$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=5+2\sqrt{6}$ ，而$(\sqrt{2+3})^2= 5$ ，$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2>(\sqrt{2+3})^2$ ，

所以$\sqrt{2}+\sqrt{3} > \sqrt{2+3}$ 。

（2）、如果藉助圖像，直角三角形，其二股長分別是

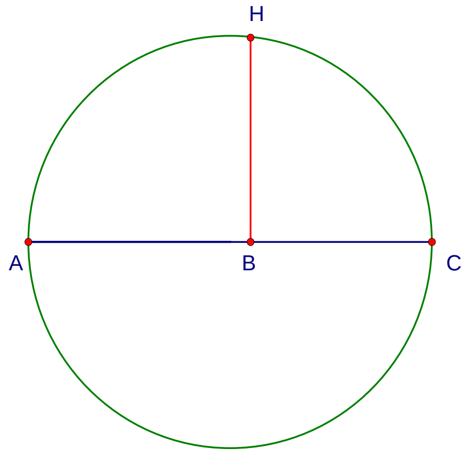


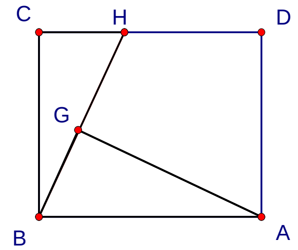
$\sqrt{2}$與$\sqrt{3}$ ，利用商高定理計算斜邊長是$\sqrt{2+3}$ 。

根據三角形的二個邊長和大於第三邊，學生自然認識

$\sqrt{2}+\sqrt{3} > \sqrt{2+3}$.

（叁）、　如何切割 3×4 的長方形，並組合成為面積是 12 的正方形。
學生預備知識：三角形相似性質，三角形全等性質。





如右圖，長方形 ABCD 的長 $\overline{AB}=4$，寬 $\overline{BC}=3$。

（1）、 左上圖，在 $\overline{AC}$ 上取 B 點，使得 $\overline{AB}=4$ 且 $\overline{BC}=3$。

取 $\overline{AC}$ 為直徑作半圓，並過 B 點作垂線交圓於 H 點，$\overline{BH}=\sqrt{12}$ 。

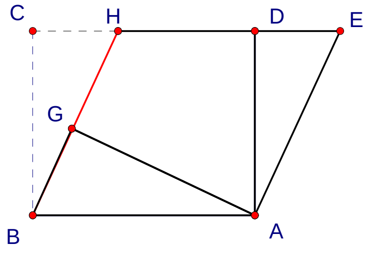
（$\triangle ABH \sim \triangle HBC$， $\overline{AB}:\overline{BH}=\overline{HB}:\overline{BC}$ ）

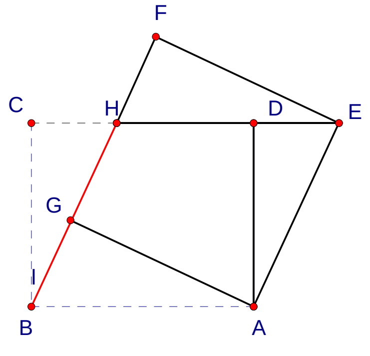
（2）、 右上圖，以 B 點為圓心，$\overline{BH}$ 為半徑畫弧交 $\overline{CD}$ 於 H 點。

過 A 點作 $\overline{BH}$ 的垂線交 $\overline{BH}$ 於 G 點，$\overline{AG}=\sqrt{12}$ 。

（$\triangle BCH \sim \triangle AGB$， $\overline{BC}:\overline{AG}=\overline{BH}:\overline{AB}$ ）

（3）、





將△BCH 平移至△ADE 位置。　將△ABG 平移至△EHF 位置。

四邊形 AGEF 即是邊長 $\sqrt{12}$ 的正方形，面積 12。