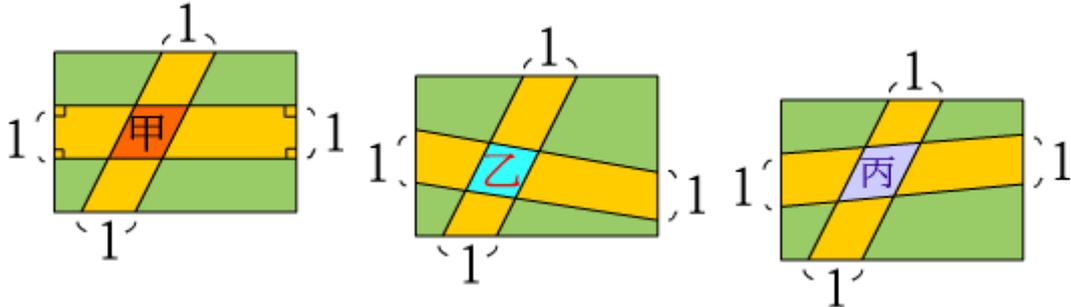


三個相同的長方形，如下圖。每個長方形內各自有兩個平行四邊形，且重合區域分別是甲、乙、丙，試比較 出甲、乙、丙的面積大小順序？



[補充說明]：在三個長方形內的平行四邊形(右圖)，其長邊的斜率都相同。而另一個平行四邊形的長邊斜率則都不相同。



解題：

右圖， $\overline{EH} // \overline{FG}$ ， $\overline{AD} // \overline{BC}$ ，且 $\overline{AB} = \overline{EF}$ 。

其中， \overline{EH} 分別交 \overline{AD} 、 \overline{BC} 於 P 點、S 點。

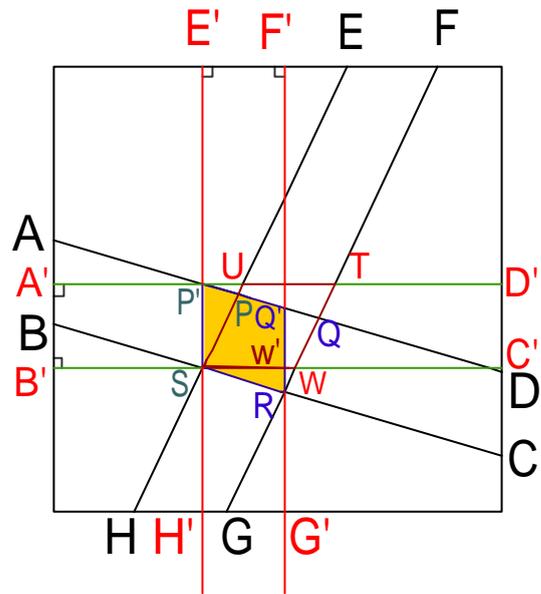
\overline{FG} 分別交 \overline{AD} 、 \overline{BC} 於 Q 點、R 點。

過 S 點和 R 點分別作鉛垂線 $\overline{EH'}$ 、 $\overline{FG'}$ 。

$$\triangle Q'WQ \cong \triangle P'SP$$

$$\square PQRS \text{ 面積} = \square P'Q'RS \text{ 面積}$$

$$= \overline{SW'} \times \overline{SP'}. (\overline{SP'} = \overline{AB} = \overline{EF})$$



過 P' 點和 S 點分別作水平線 $\overline{A'D'}$ 、 $\overline{B'C'}$ ，其中 $\overline{A'D'}$ 分別交 \overline{EH} 、 \overline{FG} 於 U 點、T

點； $\overline{B'C'}$ 分別交 \overline{EH} 、 \overline{FG} 於 S 點、W 點。

$$\square UTWS \text{ 面積} = \overline{SW} \times \overline{SP'}, \text{ 又顯然 } \overline{SW} > \overline{SW'}, \overline{SW} \times \overline{SP'} > \overline{SW'} \times \overline{SP'},$$

$$\square UTWS \text{ 面積} > \square P'Q'RS \text{ 面積} = \square PQRS \text{ 面積}$$

，因此原題目 甲面積 > 乙面積。.....(1)

右圖, $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$, 且 $\overline{AB} = \overline{EF}$ 。

其中, \overline{EH} 分別交 \overline{AD} 、 \overline{BC} 於 P 點、Q 點

點 \overline{FG} 分別交 \overline{AD} 、 \overline{BC} 於 S 點 R 點

過 S 點和 R 點分別作鉛垂線 $\overline{AD'}$ 、

$\overline{BC'}$ 。

$$\triangle Q'RQ \cong \triangle P'SP$$

$$\square PSRQ \text{ 面積} = \square P'SRQ' \text{ 面積}$$

$$= \overline{SW'} \times \overline{SP'} \quad (\overline{SP'} = \overline{AB} = \overline{EF})$$

過 P' 點和 S 點分別作水平線 $\overline{E'H'}$ 、 $\overline{F'G'}$, 其中 $\overline{E'H'}$ 分別交 \overline{AD} 、 \overline{BC} 於 U 點、T

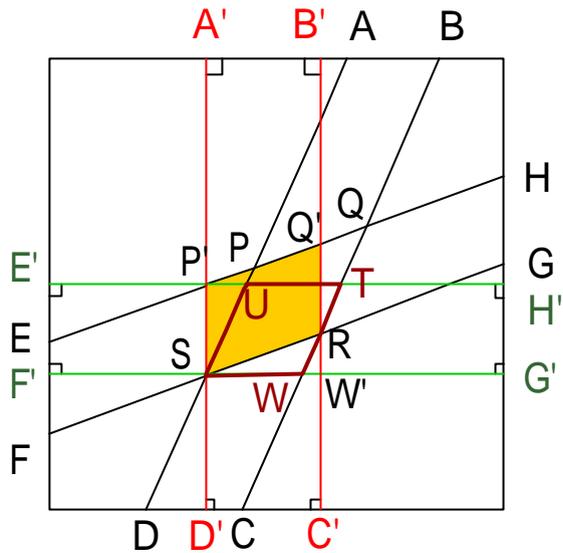
點; $\overline{F'G'}$ 分別交 \overline{AD} 、 \overline{BC} 於 S 點、W 點。

$$\square UTWS \text{ 面積} = \overline{SW} \times \overline{SP'} \quad , \quad \text{又顯然 } \overline{SW'} > \overline{SW} \quad , \quad \overline{SW'} \times \overline{SP'} > \overline{SW} \times \overline{SP'} \quad ,$$

$$\square PQRS \text{ 面積} = \square P'Q'RS \text{ 面積} > \square UTWS \text{ 面積}$$

, 因此原題目 丙面積 > 甲面積。.....(2)

由(1)(2)可知 丙面積 > 甲面積 > 乙面積。



by 昌爸工作坊 (李信昌老師) 2008.7.31

<http://www.mathland.idv.tw/>