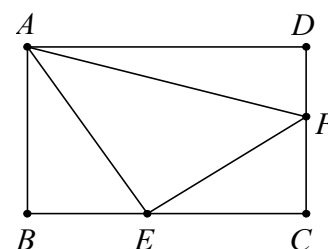
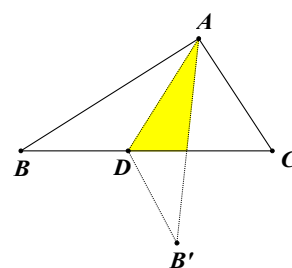
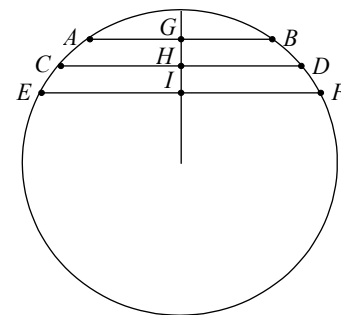


國立臺中第一高級中學 99 學年度學術性向資賦優異學生鑑定數學科實作測驗試題

- 已知平面上有邊長 6 的正三角形與半徑 1 的圓，且圓心與三角形的重心為同一點。現由圓上一點(起點)出發經過三角形的三個頂點再回到圓上一點(終點)，起點與終點未必要同一點，問最短路徑長度。
- 設  $f(n) = \frac{2n-1+\sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$ ，求  $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\dots+f(2010)$  值。
- 如圖，圓上三條平行弦， $\overline{AB}=16, \overline{CD}=32, \overline{EF}=40$ ，  
 $G, H, I$  分別為  $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EF}$  的中點，  
 若  $H$  為  $\overline{GI}$  中點，求圓半徑。
- 自 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 九個數之中，取相異四數排成四位數且此四位數為 99 的倍數，問此種四位數有幾個。
- 已知  $|x^2-2ax+8a| \leq 15$  的  $x$  解為唯一的數值，求  $a$  值。
- 平面座標原點  $O(0,0)$  有一隻機械狗，每次走一步(上下左右，四個方向任選一個)(向右： $x$  座標加 1，向左： $x$  座標減 1，向上： $y$  座標加 1，向下： $y$  座標減 1)，開始時機械狗的電池電力可供機械狗走 2010 步，問電力耗盡時，機械狗的所有可能停止位置有幾個。
- 傳說中的龍騎士 U 咻即將攻擊半獸人據點--富固湖 部落。  
 已知該部落中有 80 間獸營，每間獸營每 420 秒能製造出一名半獸人戰士。  
 已知 U 咻殺掉一名戰士要花 5 秒，摧毀一間獸營也要花 5 秒，已開始攻擊的對象未消滅前不得更換攻擊對象。  
 僅當部落無戰士存活時才能攻擊獸營，且獸營被攻擊後就不能再製造戰士。  
 攻擊發起前，部落內尚無戰士。攻擊發起瞬間，所有獸營恰產生第一批戰士。  
 請問 U 咻血洗部落(殺光戰士, 獸營全毀)需要多少時間。
- 富哥, 固哥, 湖哥 三人玩擲骰子遊戲。遊戲規則：一顆六面出現機率相同的骰子，遊戲剛開始時骰子的六面均為白色，每次投擲前先將一面白色塗成紅色再投擲。若投擲出紅色，則遊戲立即停止，並由該人獲勝。若投擲出白色則換下一人投擲。投擲順序依序為 富哥, 固哥, 湖哥, 富哥, 固哥, 湖哥。問 固哥 獲勝的機率。
- 設  $a = 246^{20100823} + 22226081^{213} + 543^{456}$ ，試判斷  $a$  是否為完全平方數，請寫出推論過程。
- 設  $a, b, c$  為相異正整數，若  $\frac{1}{a+2} + \frac{1}{b+2} - \frac{1}{c+2} = \frac{1}{2}$ ，求  $c$  值。
- 如圖， $\triangle ABC$  (一張紙)， $\overline{AB}=8, \overline{AC}=6, \angle CAB=90^\circ$ ， $D$  為  $\overline{BC}$  上一點，以  $\overline{AD}$  為折痕線折疊紙張，使折疊後  $\overline{B'D}$  平行  $\overline{AC}$  (其中  $B'$  為  $B$  折疊後的點)，求重疊部分的面積。
- 如圖，矩形  $ABCD$ ， $E, F$  為  $\overline{BC}, \overline{CD}$  邊上的點，若  $\triangle ABE$  面積 1， $\triangle AEF$  面積 3， $\triangle AFD$  面積 2，求矩形  $ABCD$  面積。
- 求  $6x^2-3xy-11x+4y=-10$  的所有整數解。
- 4 位國一生，4 位國二生，6 位國三生，分成 7 隊(每隊 2 人)參加桌球雙打比賽，若規定同年級不得同隊，問有幾種組隊方法。
- 假設每個人都結婚都生小孩，且每對夫婦生育小孩數量為 1 人, 2 人, 3 人的機率分別是  $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$ ，試問 小明 有 4 個孫子(男女合計)的機率。



参考答案：

$$10+4\sqrt{3} , 2010\sqrt{2010} , 5\sqrt{22} , 48 , 3,5 , 4044121 , 1880 , \frac{115}{324} ,$$

$$\text{否} , 10,28 , \frac{144}{25} , 3+\sqrt{17} , (1,-5),(2,6) , 11520 , \frac{5}{24}$$