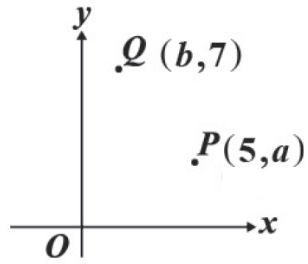
一、選擇題：

1. $17-2\times[9-3\times3\times(-7)]\div3=17-2\times[9+63]\div3=17-2\times24=17-48=-31$ 。
   選(A)

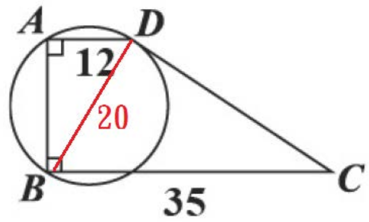


圖(一)

2. 如圖(一)，因為 7>a，5>b，所以 6-b>0，且 a-10<0，因此
   (6-b，a-10)在第四象限。
   選(D)

3. $(-\sqrt{8})^3+(-\sqrt{4})^4=(-2\sqrt{2})^3+(-2)^4=-16\sqrt{2}+16$ 。
   選(C)

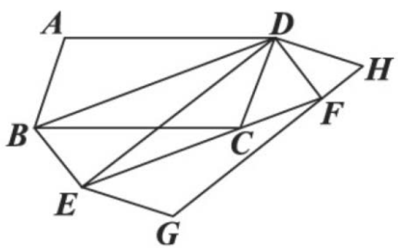
4. 因為 $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$ ，$x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$，且 $x-c$ 是其公因式。
   因為 $x-1$ 是公因式，所以 c＝1。
   選(C)



圖(二)

5. 如圖(二)，$\overline{AB}=16$ ，梯形 ABCD 的面積是$\dfrac{(12+35)\times16}{2}=376$ 。
   選(B)

6. 因為充滿電後，可以連續播放音樂 36 個小時，或連續玩遊戲 6 個小時，即連續播放音樂 6 個小時用電量等於連續玩遊戲 1 個小時的用電量。
   因為早上 7 點~下午 3 點連續播放音樂，共 8 個小時。剩下的電力，還可以連續播放音樂 36－8＝28 個小時，或可以連續玩遊戲($28\div6$)個小時。$28\div6=\dfrac{28}{6}=4\dfrac{2}{3}$ (小時)＝4 小時 40 分。
   因此從下午 3 點起可以連續玩遊戲到晚上 7 點 40 分，到時遊戲機就沒有電力了。
   選(B)



圖(三)

7. 如圖(三)，因為平行四邊形 ABCD 的面積＝△BCD 面積 × 2＝
   平行四邊形 BEFD 的面積＝△EFD 面積 × 2＝平行四邊形 EGHD 的面積
   所以 a＝b＝c。
   選(D)

8. 假設小明買了 x 個麵包，依題意
   (x+1)×15×0.9＝15x－45，x＝39。
   選(B)

9. 假設圓柱的底面半徑是 r，乙圓柱柱高 h，則甲圓柱柱高 9h。
   因為，甲圓柱表面積＝S_1＝$2\pi r^2+2\pi r\times9h=2\pi r(r+9h)$，且乙圓柱表面積＝$S_2$＝$2\pi r^2+2\pi r\times h=2\pi r(r+h)$，
   所以 $9S_2=2\pi r(9r+9h)>2\pi r(r+9h)=S_1$，因此 $S_1<9S_2$
   因為，甲圓柱體積＝$V_1=\pi r^2\times9h$，且乙圓柱體積＝$V_2=\pi r^2\times h$，所以 $V_1=9V_2$ 。
   選(B)

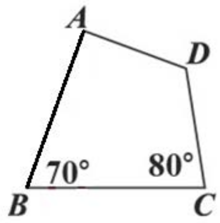
10. 如圖(四)、圖(五)，∠A(C)N＝∠C＝80°

∠A(C)N＝∠B+∠BN(C)，80°＝70°+∠BN(C)，∠BN(C)＝10°，

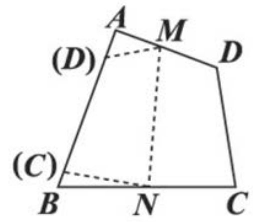
因此，∠MNC＝MN(C)＝(($\frac{180-10}{2}$)$^{\circ}=85^{\circ}$

所以，∠MNB＝85+10＝95°。

選(B)



圖（四）



圖（五）

11. 假設甲、乙、丙三個箱子各裝有 12x 個球，依題意

甲箱內有$12x\times\frac{1}{4}=3x$ 個紅球，乙箱內有 0 個紅球，丙箱內有$12x\times\frac{7}{12}=7x$ 個紅球

將乙箱與丙箱內的球全部倒入甲箱後，甲箱內有 36x 個球，其中包含 10x 個紅球

從甲箱取出一球是紅球的機率是$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$　。

選(C)

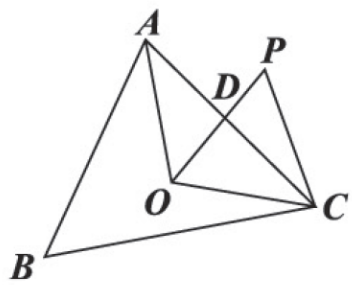
12. 如圖(六)，因為∠BAC＝70°，且$\overline{AB}=\overline{AC}$　，所以∠B＝∠ACB＝$\frac{180-70}{2}=55^{\circ}$

因為 O 點是△ABC 的外心，所以∠AOC＝2∠B＝110°

因為$\overline{OA}=\overline{OC}$ ，所以∠OCA＝$\frac{180-110}{2}=35^{\circ}$

因為∠DOC＝60°，∠OCA＝35°，所以∠ADP＝∠ODC＝(180－60－35)°＝85°。

選(A)



圖（六）

13. $99903^2=(99900+3)^2=99900^2+6\times99900+9$， 末二位數是 09

$88805^2=(88800+3)^2=88800^2+6\times88800+25$， 末二位數是 25

$77707^2=(77700+7)^2=77700^2+6\times77700+49$， 末二位數是 49

所以$99903^2+88805^2+77707^2$ 的末二位數是 9+25+49＝83，因此其十位數字是 8。

選(D)

14. 因為數線上 A(a)、B(1)、C(c)，且$|c-1|-|a-1|=|a-c|$

所以$|a-1|+|a-c|=|c-1|$

因此 A 點到 B 點與 C 點的距離和等於 B 點與 C 點的距離，即 A 點在 B 點與 C 點之間。

選(A)

15. $a=(-3)^{13}-(-3)^{14}=(-3)^{13}[1-(-4)]=(-3)^{13}\times5<0$

$b=(-0.6)^{12}-(-0.6)^{14}=(-0.6)^{12}[1-(-0.6)^2]=(-0.6)^{12}[1-(-0.6)][1+(-0.6)]=0.6^{12}\times1.6\times0.4=0.6^{11}\times1.6\times0.24$

$c=(-1.5)^{11}-(-1.5)^{13}=(-1.5)^{11}[1-(-1.5)^2]=(-1.5)^{11}[1-(-1.5)][1+(-1.5)]=(-1.5)^{11}\times2.5\times(-0.5)=1.5^{11}\times2.5\times0.5$

因為 $b>0$ 且 $c>0$，$1.5^{11}>0.6^{11}$，$2.5>1.6$，$0.5>0.24$，所以 $c>b$，又 $a<0$，因此 $c>b>a$。

選(D)

16. 因為 $2x^3-ax^2-5x+5=(2x^2+ax-1)(x-b)+3$，所以 $2x^3-ax^2-5x+2=(2x^2+ax-1)(x-b)$。

因為(－1)(－b)＝2，所以 b＝2。

因為 $(2x^2)(-b)+(ax)x=-ax^2$，所以－2b+a＝-a，a＝b＝2

因此 a+b＝2+2＝4。

選(D)

17. $720=2^4\times3^2\times5$，

因為整數 a 的所有因數中，小於 25 的正因數是 1、2、3、4、6、8、12、16、24，所以

$a=2^m\times3^n\times b$，其中 m 是大於等於 4 的整數，n 是大於等於 1 的整數，而且 b 不可能是 5 的倍數，否則 a 小於 25 的正因數包含 5，這與題目條件不合。

因此 a 與 720 的最大公因數＝$2^4\times3=48$。

選(B)

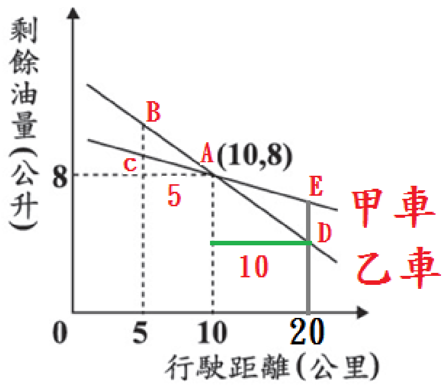
18. 附圖(七)，△ABC~△ADE，且對應邊比＝對應高比＝5：10＝1：2。

因為甲、乙兩車均行駛 5 公里時，乙車剩餘油量比甲車剩餘油量多 0.5 公升，

所以 $\overline{BC}=0.5$，因此 $\overline{DE}=0.5\times2=1$。即

甲、乙兩車均行駛 20 公里時，甲車剩餘油量比乙車剩餘油量多 1 公升。

選(A)



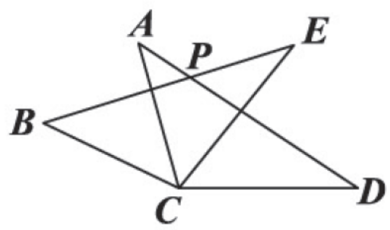
圖(七)

19. 如圖(八)，因為 $\overline{AC}=\overline{BC}$，$\overline{AD}=\overline{BE}$，$\overline{CD}=\overline{CE}$，所以△ACD ≅△BCE(SSS)。

因此∠A＝∠B，∠D＝∠E。且∠ACD－∠ACE＝∠BCE－∠ACE，∠ECD＝∠BCA＝$(\frac{155-55}{2})^\circ$＝50°

因為∠BPD＝∠APE＝∠A+∠ACE+∠E＝∠B+∠ACE+∠E＝180°－∠BCA＝(180－50)°＝130°。

選(C)



圖(八)

20. $4x^2+12x-1147=0$，$4(x^2+3x+\frac{9}{4})=1147+9$

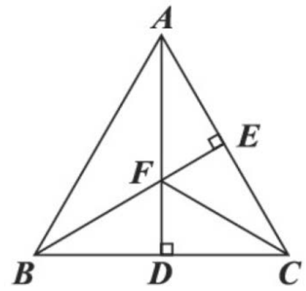
$4(x+\frac{3}{2})^2=1156$，$(x+\frac{3}{2})^2=289$，$x=\pm17-\frac{3}{2}$，因此 $x=\frac{31}{2}$，$x=\frac{-37}{2}$，兩根是 a 與 b，且 a>b，所以

a＝$\frac{31}{2}$，b＝$\frac{-37}{2}$，3a+b＝$\frac{93}{2}+(\frac{-37}{2})=\frac{56}{2}=28$。

選(B)

21. 如圖(九)，因為$\overline{CA}=\overline{CB}$，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，$\overline{BE}\perp\overline{AC}$，且$\overline{AD}\times\overline{BC}=\overline{BE}\times\overline{AC}$，所以$\overline{AD}=\overline{BE}=4$。

因為△ADC ≅△BEC (RHS)，所以$\overline{CD}=\overline{CE}=3$，因此$\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\overline{BD}=5-3=2$。



圖(九)

直角△BDF 與直角△CDF 中，$\overline{BF}=\sqrt{\overline{DF}^2+4}$，$\overline{CF}=\sqrt{\overline{DF}^2+9}$，所以$\overline{CF}>\overline{BF}$，

因此在△FBC 中，∠FBC＞∠FCB，即∠FBD＞∠FCD。

選(A)

22. 假設兩數列的公差都是 d，其中一個數列的首項是 a，依題意$\left|\frac{6(2a+5d)}{2}-\frac{6(2+5d)}{2}\right|=\frac{3}{2}$

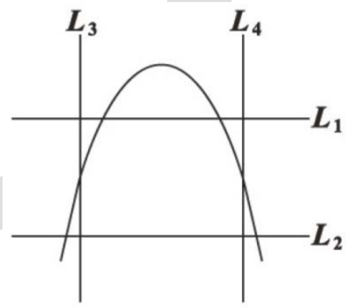
$|12a-12|=3$，$a-1=\pm\frac{1}{4}$，$a=\frac{5}{4}$ 或 $a=\frac{3}{4}$。因為 a＞1，所以 $a=\frac{5}{4}$。

選(A)

23. 依題意，$(x+y)-(0.4x+0.6y-100)=500$，$0.6x+0.4y+100=500$。

選(C)

24. 如圖(十一)，向上與向右都是正向，拋物線是函數$y=ax^2+2ax+1$的圖形。



圖(十一)

此拋物線與 y 軸相交於(0，1)，頂點的 x 座標是$\frac{-2a}{2a}=-1$，所以 L_4是 y 軸且 L_2是 x 軸。

選(D)

25. $\sqrt{997000}=\sqrt{99.7\times10000}=100\sqrt{99.7}$

$100\sqrt{99.6004}<\sqrt{997000}<100\sqrt{99.8001}$

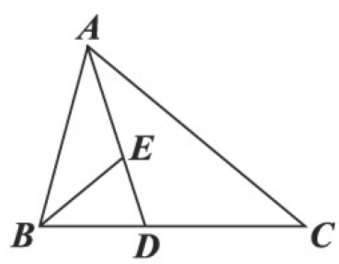
$100\times9.98<\sqrt{997000}<100\times9.99$，$998<\sqrt{997000}<999$，所以$\sqrt{997000}$的個位數字是 8。

選(D)

26. 如圖(十二)，因為$\overline{AD}$平分∠BAC，∠ABE＝∠C，所以△ABE~△ACD (AA 相似)，

因此$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AD}$。

因為$\overline{AE}:\overline{ED}=2:1$，所以$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AD}=2:3$。



圖(十二)

因此△ABE 面積：△BDE 面積＝2：1＝4：2，且△ABE 面積：△ACD 面積＝4：9，

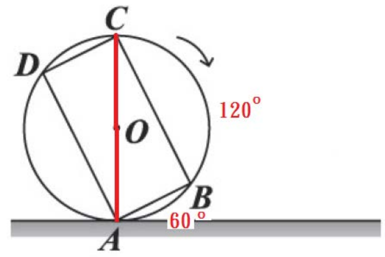
因此△BDE 面積：△ABC 面積＝2：(4+2+9)＝2：15。

選(D)

27. 如圖(十三)，圓 O 半徑為 2，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}=60°$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DA}=120°$ 。因為 O 點向右移動 75 π，而圓周長是 4 π，$\frac{75\pi}{4\pi}=18\frac{3}{4}$，所以圓 O 向右轉動(不滑動)$18\frac{3}{4}$圈。

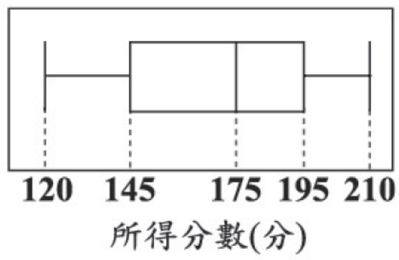
因為$\frac{3}{4}\times 360=270$，270＝60+120+60+30，所以這時$\overset{\frown}{DA}$與地面相切。

選(C)



圖（十三）

28. 有六人參加保齡球比賽，所得分數盒狀圖如圖(十四)。



圖（十四）

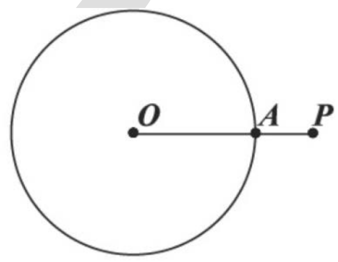
每人平均分數＝

$[(\frac{120+145}{2}\times 1.5)+(\frac{145+175}{2}\times 1.5)+(\frac{175+195}{2}\times 1.5)+(\frac{195+210}{2}\times 1.5)]\div 6$

$=1020\div 6=170$ 。

選(C)

29. 附圖(十五)，$\overline{OA}=2\overline{AP}$ 。



圖（十五）

「(甲) 以 P 為圓心，$\overline{OP}$ 長為半徑畫弧，交圓 O 於 B 點，則直線 PB 是圓 O 切線 。」

若 $\overline{PB}$ 是圓 O 切線，則∠OBP＝90°，因此$\overline{OP}>\overline{PB}$ 。

可是(甲)作法得 $\overline{OP}=\overline{PB}$，所以(甲)作法是錯誤。

「(乙) 作$\overline{OP}$的中垂線，交圓 O 於 B 點，則直線 PB 是圓 O 切線 。」

因為$\overline{OA}=2\overline{AP}$，所以$\overline{OP}=3\overline{AP}$ 。

若 $\overline{PB}$ 是圓 O 切線，則∠OBP＝90°，因此$\overline{PB}=\sqrt{\overline{OP}^2-\overline{OB}^2}=\sqrt{\overline{OP}^2-\overline{OA}^2}=\sqrt{(3\overline{AP})^2-(2\overline{AP})^2}=\sqrt{5}\times\overline{AP}>2\overline{AP}$

即$\overline{PB}>\overline{OA}=\overline{OB}$ 。

可是 (乙)作法得 $\overline{OB}=\overline{PB}$，所以(乙)作法是錯誤。

選(B)

二、非選擇題：

1. 「<u>小佳</u>的老闆預計訂購 5 盒巧克力，每盒顆數皆相同，分給工作人員，預定每人分 15 顆，會剩下 80 顆。」

假設有工作人員 x 個，則每盒巧克力的顆數是(15x+80)÷5＝3x+16。

「後來因經費不足少訂了 2 盒，於是改成每人仍分到 12 顆，但最後分到<u>小佳</u>時巧克力不夠分，只有<u>小佳</u>分不到 12 顆，但她仍分到 3 顆以上(含 3 顆)。」

3 盒巧克力的總顆數是 3(3x+16)＝9x+48，依題意列不等式

$3 \le (9x+48)-12(x-1) < 12$，$3 \le -3x+60 < 12$，$3-60 \le -3x < 12-60$，

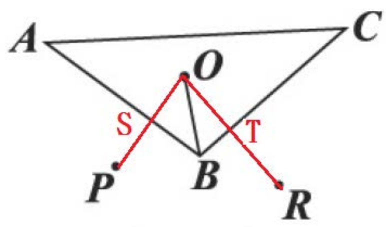
$-57 \le -3x < -48$

$19 \ge x > 16$，x 是整數，所以 x 的可能值是 19、18、17。

因此工作人員人數可能是 19、18、17。

2. 如附圖(十六)，$\overline{OB} = \frac{7}{2}$，$\overline{OP} \perp \overline{AB}$，垂足是 S 點，$\overline{OS} = \overline{SP}$。

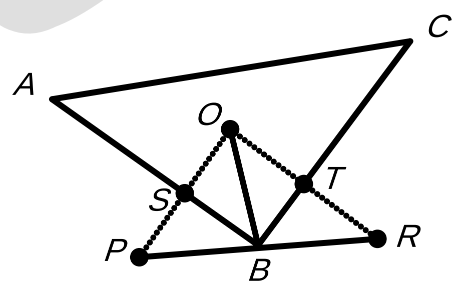
$\overline{OR} \perp \overline{BC}$，垂足是 T 點，$\overline{OT} = \overline{TR}$。



圖(十六)

(1) 當∠ABC＝90° 時，$\overline{PR} = 7$。

[說明]：



因為 O 點與 P 點對稱於 $\overline{AB}$，直線 AB 是 $\overline{OP}$ 的中垂線，所以 $\overline{BO} = \overline{BP}$ 且

∠OBS＝∠PBS。同理 $\overline{BO} = \overline{BR}$ 且∠OBT＝∠RBT。

因為∠ABC＝90°，即∠OBS+∠OBT＝90°，所以∠OBP+∠OBR＝2(∠OBS+∠OBT)＝2 × 90° ＝ 180°，因此可知 P、B、R <u>三點在同一直線上</u>。

所以 $\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR} = \overline{BO} + \overline{BO} = 2 \times \frac{7}{2} = 7$。

(2) 當∠ABC≠90° 時，$\overline{PR}$ 長度小於 7。

[說明]：

如果∠ABC≠90° 時，則∠PBR＝2∠ABC≠180°。即 P、B、R <u>三點不在同一直線上</u>。

因為△PBR 中，$\overline{BP} + \overline{BR} > \overline{PR}$，所以 $\overline{OB} + \overline{OB} > \overline{PR}$，$2 \times \frac{7}{2} > \overline{PR}$，

因此 $7 > \overline{PR}$，即 $\overline{PR}$ 長度小於 7。